**Control Continu**

**Abdennacer Badaoui**

**Part 1: Control of the numerical solution accuracy of acoustic wave by changing the quality of the mesh**

1. **Aspect Ratio/Edge length factor**

Pour définir les critères de qualité, on définit d’abord un nombre de fonctions intermédiaires qui vont être utile par la suite :

***aire\_trinagle****: retourne l’aire d’un triangle ;*

***perimetre\_trinagle*** *: retourne le périmètre d’un triangle ;*

***edges\_length*** *: retourne une liste triée qui contient les longueurs des arrêts d'un triangle ;*

***aire\_quad :*** *l’aire d’un quadrant****;***

***coords\_intersection\_point :*** *retourne les coordonnées d'intersection des deux droites qui passent par les sommets opposés ;*

***cos\_vec :*** *retourne le cosinus entre deux vecteurs ;*

**Background pattern

Description automatically generated**On génère un maillage triangulaire 20\*20, et on calcule l’aspect ratio des éléments :  **Text

Description automatically generated**

La fonction d’aspect ratio retourne une liste qui contient la valeur de l’aspect ratio de chaque élément, qui est de **1.39** pour tous les éléments dans l’exemple ci-dessus. La relation de l’aspect ratio pour un triangle donné dans le cours est bien correcte, l’aspect ratio est une valeur bien supérieure à 1, et il est égal à 1 pour un triangle équilatéral (Ce que j’ai trouvé sur Internet).

On calcule l’Edge length factor des éléments pour le même maillage, et on trouve qu’il est égal à 1 pour tous les éléments.

1. **Shift the internal nodes coordinates of a mesh**

Pour faire cette fonction sur n'importe quelle géométrie, je fais ici la question 9, qui permet d'avoir les nœuds de bord de n'importe quelle géométrie.

**Boundary nodes** On calcule le nombre d’éléments associé au nœud considéré :

Pour un maillage triangulaire, si ce nombre est inférieur strictement à 6, donc il appartient au bord.

Pour un maillage rectangulaire, si ce nombre est inférieur strictement à 4, donc il appartient au bord.

**Exemples** sur le résonateur de Helmtholtz et la fractale :

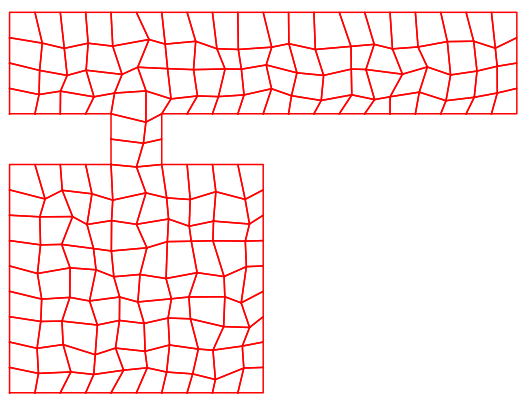
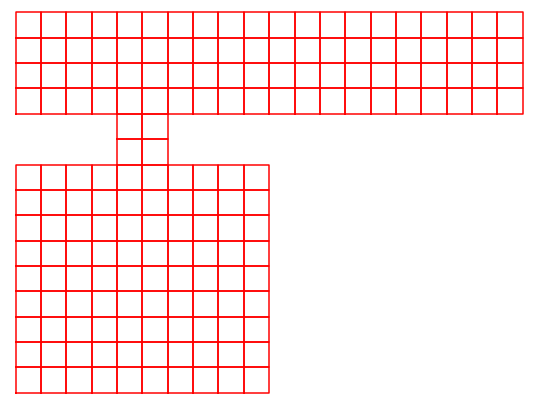
A picture containing chart

Description automatically generated Chart

Description automatically generated

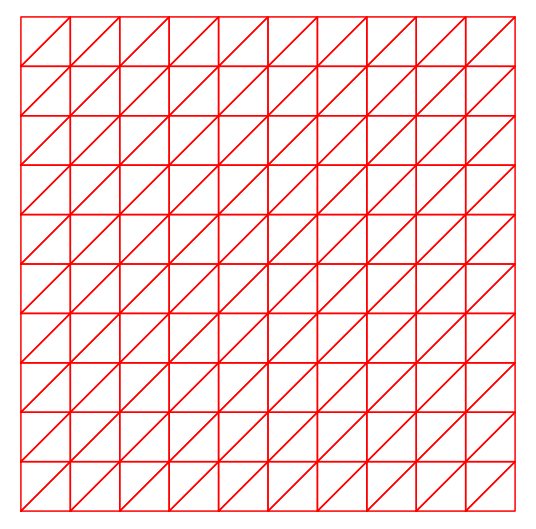
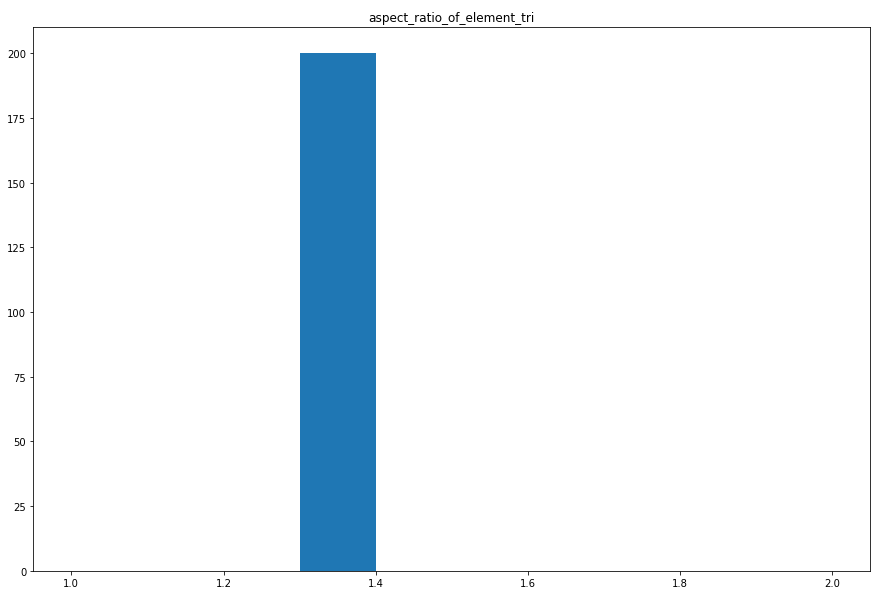
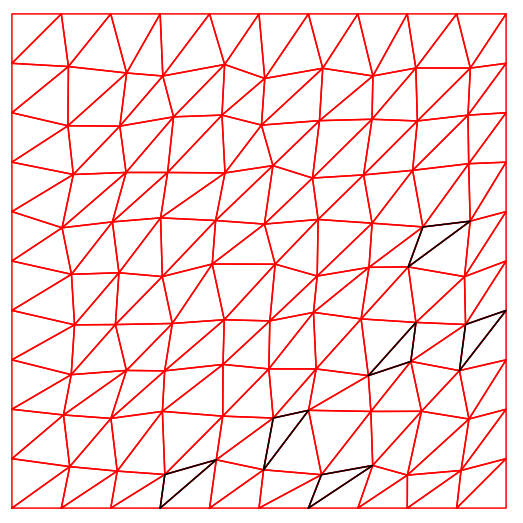
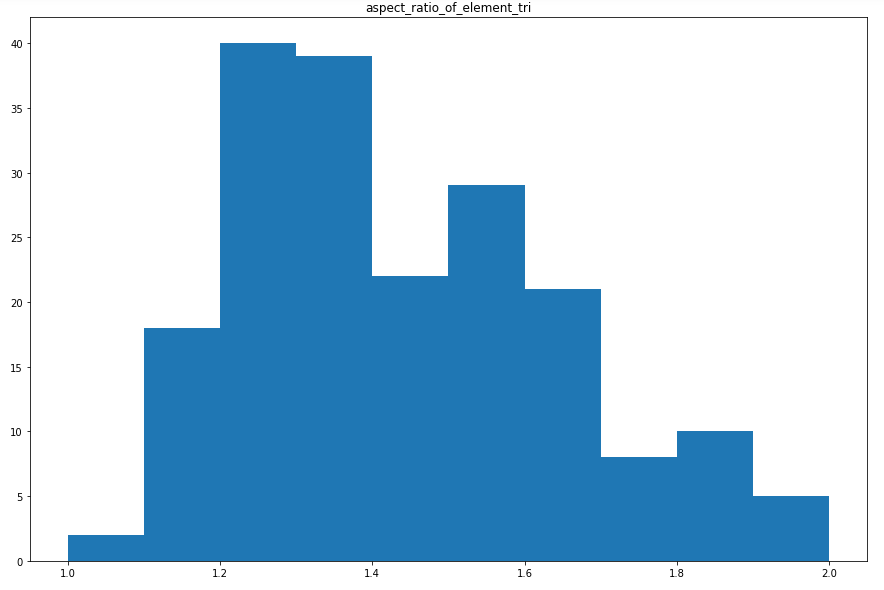
En utilisant cette fonction on peut perturber les coordonnées des nœuds intérieurs de n’importe quelle géométrie. la fonction prend en entrée le maillage, et un paramètre m>0 qui règle la perturbation (pour m petit, on aura une grande perturbation et vice-versa). La perturbation est bien aléatoire mais la variance de celle-ci est gérée par le paramètre m.

**Exemple** sur le résonateur de Helmtholtz perturbé avec m=2 :



Evaluions maintenant l’aspect ratio sur un maillage perturbé. On définit un seuil pour l’aspect ratio (dans cet exemple seuil=2), si l’aspect ratio de l’élément est supérieur à 2, on considère que cet élément ne satisfait pas ce critère de qualité : ces éléments vont être dessinés en noir dans le maillage.

On trace aussi les histogrammes de la répartition des aspects ratio avant et après la perturbation : On remarque qu’avant la perturbation tous les éléments ont le même aspect ratio trouvé précédemment **1.39**. Après la perturbation, les éléments ne conservent plus la même valeur et, les éléments les plus perturbés tendent à s’éloigner de **1**.

1. **Evaluation of α and β**

Pour montrer que l’erreur est une puissance de h et de k (vecteur d’onde), on a (d’après la littérature) :

***Error=h^α*** et ***Error=k^β***, en passant au log et on obtient alpha et beta comme pente des droites ***log(error)=f(log(h))*** et ***log(error)=g(log(k))***

On utilise ***scipy. stats.linregress*** qui calcule une régression linéaire des moindres carrés pour deux séries de mesures et, permet donc d’avoir la pente de la droite.

**Chart, line chart

Description automatically generatedChart, line chart

Description automatically generated**

On trouve α=0.97 et β=2.11.

On a fait les estimations présidentes en posant h=1/n où n le nombre d’éléments, mais pour des triangles ou même des rectangles, cette définition de la discrétisation n’est pas forcément correcte. C’est pourquoi on va définir 4 définitions différentes de la discrétisation h et voir pour chaque définition de h la valeur de α correspondant. Les quatre définitions de h sont les suivantes :

**hmax** : le plus grand arrête de l'élément.

**haverage** : le moyen des arrêtes de l'élément.

**rayon\_sur\_alpha** : inspiré de l’aspect ratio d’un élément triangulaire (h= 6r/√3 ou r le rayon du cercle inscrit avec Q=1).

**h\_produit\_rayon\_cercles** : racine carrée du produit des rayons du cercle inscrit et celui du cercle circonscrit.

***Chart, line chart

Description automatically generated***

Les courbes sont bien distinctes parceque pour un maillage, on aura différentes valeurs de discrétisation h selon la définition adoptée, mais une même erreur. Cependant, on trouve toujours presque la même valeur de α trouvé précédemment quelque soit la discrétisation utilisée. Ceci peut être expliqué soit par la faite que tous ces définitions de h sont approximativement correctes, soit parce qu’on a fait l’étude juste sur des maillages non perturbés ce qui rend impossible de voir les limites de ces définitions.

**Part 2: Control of acoustic wave by changing the shape of the boundary**

1. **Split a quadrangular mesh into a triangular mesh**

Pour transformer un maillage rectangulaire à un maillage triangulaire :

* On change p\_elem2nodes par des indices espacés par 3 et on augmente sa longueur.
* Insertion des éléments triangulaires (diviser chaque carré en deux triangles) en plaçant les nœuds dans les bons endroits (indices) dans le tableau elem2nodes comme dans cet exemple : un quadrant [i1, i2, i3, i4] devient deux triangles [i1, i2, i3, i1, i3, i4] où i1, i2, i3, i4 les nœuds constituant le quadrant.

**Exemple** sur le résonateur de Helmtholtz**:**

**Chart

Description automatically generated with low confidenceA picture containing shape

Description automatically generated**

1. **Fractal geometry**

Ma méthode est d'utiliser les barycentres des éléments qu'il faut supprimer. On commence par chercher les coordonnés de la barrière avec la fractale, puis construire un polygone fermé à partir de ces coordonnées. Ensuite, on fait une fonction qui détermine si un point défini par ses coordonnées s'il appartient ou pas à un polygone ; pour ce faire, il suffit de calculer le nombre de points d'intersection du droit horizontale commençant par le point en question jusqu'à l'infini (un nombre très grand :10000 par exemple), avec les bords du polygone ; si le nombre d'intersections est impair, donc le point est à l'intérieur du polygone. On va appliquer ceci sur les barycentres des éléments du maillage, et puis après supprimer les éléments qui sont à l'intérieur ou à l'extérieur du polygone pour avoir la barrière fractalisée.

On présente ici le résultat intermédiaire de la fonction qui construit la fractale : les points représentés sont les barycentres des éléments qui appartiennent au polygone délimité par la fractale.

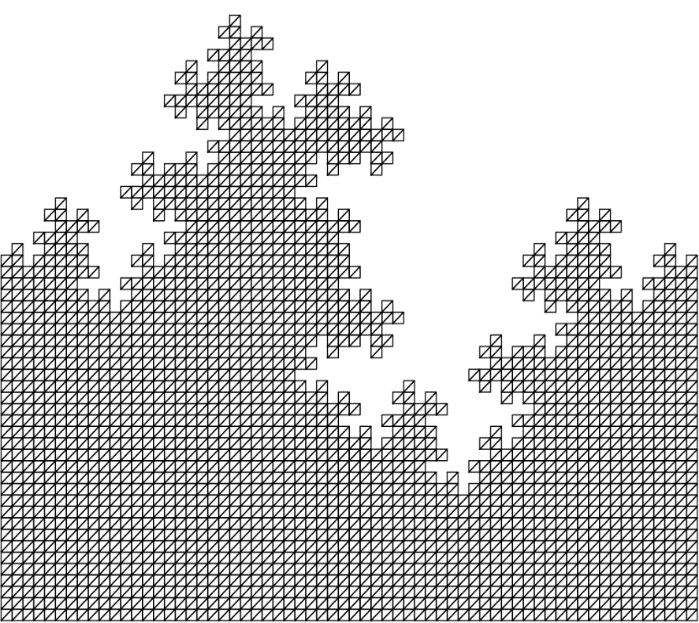
A picture containing shoji, building, cage, fabric

Description automatically generated

Après, en utilisant la fonction ***remove\_elem*** pour supprimer les éléments à l’intérieur du polygone pour avoir la forme de la fractale sur le bord.

Pour avoir le résultat sur un maillage triangulaire, on peut soit passer par la fonction ***split***, soit faire la même démarche précédente mais sur un maillage triangulaire mais il y a aura beaucoup d’éléments à tester s’il est à l’intérieur du polygone ou pas, ce qui va prend beaucoup de temps de calcul.

Chart

Description automatically generated with medium confidence ****

La méthode permet bien de gérer les ordres à volume constant (bien sûr en garantissant un nombre suffisant d’éléments dès le départ pour avoir tous les ordres à volume constant jusqu’à l’ordre maximale qui peut être générer sur ce nombre d’éléments)

En prenant un maillage nelemsx, nelemsy = 64,64, on peut génère jusqu’à l’ordre 3 à volume constant :

Chart

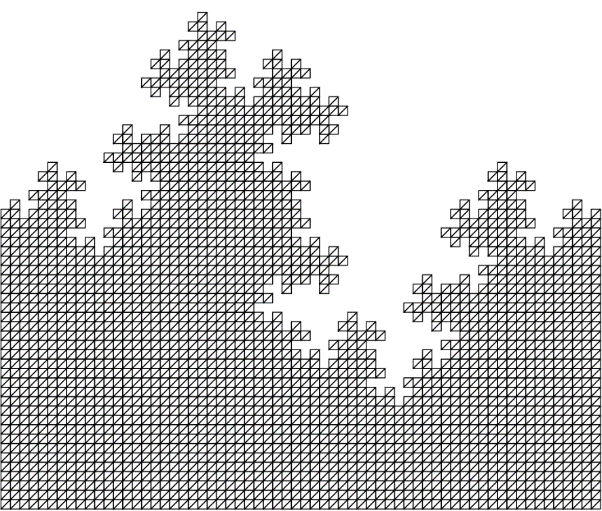
Description automatically generated

**Ordre 1**

A picture containing chart

Description automatically generated

**Ordre 2**



**Ordre 3**